Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Windenergie

1 maximumscore 3

- Als de 60 000 gigawattuur windenergie 40% van het totaal is, dan is de voorspelde totale energiebehoefte maximaal — 1
- Het totaal is $\frac{100}{40}\cdot 60\,000$ (GWh) — 1
- De voorspelde maximale totale energiebehoefte is dus 150 000 (GWh) — 1

Opmerking
Als een kandidaat met 50% in plaats van 40% heeft gerekend, voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.

2 maximumscore 4

- Voor de groeifactor g per jaar geldt $g^{18} = \frac{239\,000}{2900}$ — 1
- Beschrijven hoe hieruit g gevonden kan worden — 1
- $g \approx 1{,}278$ (of nauwkeuriger) — 1
- Dus het gevraagde groeipercentage is 27,8(%) — 1

3 maximumscore 4

- Na 2011 is de groeifactor per jaar 1,22 — 1
- Er geldt $1{,}22^t = 2$ — 1
- Beschrijven hoe hieruit de waarde van t gevonden kan worden — 1
- $t \approx 3{,}5$ (of nauwkeuriger) dus in het jaar 2015 — 1

of

- Na 2011 is de groeifactor per jaar 1,22 — 1
- In 2014 geeft dit 434 000 (MW) (of nauwkeuriger) — 1
- In 2015 geeft dit 529 000 (MW) (of nauwkeuriger) — 1
- ($2\cdot 239\,000$ ($= 478\,000$) (MW) ligt tussen deze twee waarden in, dus) in het jaar 2015 — 1

Op het voetbalveld

4 maximumscore 4

- De afstand van S tot lijnstuk AB is 5,5 (m) 1
- Pythagoras in driehoek ASS' (met S' de loodrechte projectie van S op lijnstuk AB) geeft $AS' = \sqrt{9{,}15^2 - 5{,}5^2}$ (m) 1
- Dus $AS' = BS' \approx 7{,}31$ (m) 1
- De gevraagde afstand tussen A en B is dus 14,6 (m) 1

of

- Een vergelijking van het cirkeldeel (ten opzichte van het assenstelsel met oorsprong S waarvan de x-as evenwijdig is aan KL en de y-as evenwijdig is aan KN (met op beide assen 1 meter als eenheid)) is $x^2 + y^2 = 9{,}15^2$ 1
- De afstand van S tot lijnstuk AB is 5,5 (m) 1
- $y = 5{,}5$ invullen in $x^2 + y^2 = 9{,}15^2$ geeft $x^2 + 5{,}5^2 = 9{,}15^2$, dus $x \approx 7{,}31$ of $x \approx -7{,}31$ 1
- De gevraagde afstand tussen A en B is dus 14,6 (m) 1

5 maximumscore 4

- De grootte van hoek PTQ kan berekend worden met behulp van de cosinusregel 1
- (Toepassen van de cosinusregel op driehoek PTQ geeft) $7{,}3^2 = 5^2 + 12^2 - 2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot \cos(\angle PTQ)$ 1
- Beschrijven hoe hieruit $\angle PTQ$ berekend kan worden 1
- $\angle PTQ \approx 15(°)$ (dus de gevraagde hoekgrootte is 15(°)) 1

Debiet

6 maximumscore 5

- $A = 3{,}0 \cdot 1{,}0 = 3{,}0$ 1
- $P = 3{,}0 + 2 \cdot 1{,}0 = 5{,}0$ 1
- $A = 3{,}0$ en $P = 5{,}0$ invullen in de formule geeft $Q = 0{,}73 \cdot \frac{3{,}0^{\frac{5}{3}}}{5{,}0^{\frac{2}{3}}} \approx 1{,}6$ (of nauwkeuriger) dus het maximale debiet is (ongeveer) 1,6 m^3 per seconde 1
- 5000 m^3 per uur komt overeen met $\frac{5000}{3600} \approx 1{,}4$ m^3 per seconde (of nauwkeuriger) 1
- Conclusie: de goot zal niet overstromen 1

7 maximumscore 5

- $A = 3{,}0 \cdot h$ 1
- $P = 3{,}0 + 2h$ 1
- De vergelijking $0{,}73 \cdot \frac{(3{,}0 \cdot h)^{\frac{5}{3}}}{(3{,}0 + 2h)^{\frac{2}{3}}} = 1{,}0$ moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $h \approx 0{,}73$ (dus de gevraagde hoogte is 0,73 meter of 73 centimeter) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Raaklijnen aan twee parabolen

8 **maximumscore 6**

- De x-coördinaat van de top van de grafiek van f is $\frac{--\frac{1}{4}}{2\cdot\frac{1}{8}}$ 2
- De top van de grafiek van f is $(1, 1\frac{7}{8})$ 1
- De top van de grafiek van g is $(0, 0)$ 1
- De afstand tussen deze punten is $\sqrt{(1-0)^2+(1\frac{7}{8}-0)^2}$ 1
- Het antwoord is $\frac{17}{8}$ (of $2\frac{1}{8}$) 1

of

- $f'(x)=\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}$ 1
- De x-coördinaat van de top van de grafiek van f is dus de oplossing van $\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}=0$ 1
- De top van de grafiek van f is $(1, 1\frac{7}{8})$ 1
- De top van de grafiek van g is $(0, 0)$ 1
- De afstand tussen deze punten is $\sqrt{(1-0)^2+(1\frac{7}{8}-0)^2}$ 1
- Het antwoord is $\frac{17}{8}$ (of $2\frac{1}{8}$) 1

9 **maximumscore 6**

- $f'(x)=\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}$ 1
- Dit geeft $f'(-2)=-\frac{3}{4}$, dus $\text{rc}_k=-\frac{3}{4}$ 1
- l staat loodrecht op k, dus $\text{rc}_l\cdot-\frac{3}{4}=-1$ en hieruit volgt $\text{rc}_l=\frac{4}{3}$ 1
- $g'(x)=-2x$ 1
- Uit $-2x=\frac{4}{3}$ volgt ($x=-\frac{2}{3}$ dus) $x_B=-\frac{2}{3}$ 1
- Dit geeft $y_B=g(-\frac{2}{3})=-\frac{4}{9}$ (dus de coördinaten van B zijn $(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{9})$) 1

Cosinus met lijnen

10 **maximumscore 3**

- Beschrijven hoe de gevraagde waarde van a gevonden kan worden 1
- $a=2\frac{1}{2}$ (of $a=2{,}5$) 2

Vraag	Antwoord	Scores

Zuinig inpakken

11 maximumscore 3

- $O = (b+h)\cdot(2l+2h)$ — 1
- Haakjes uitwerken geeft $O = 2bl + 2bh + 2hl + 2h^2$ — 2

12 maximumscore 7

- Er geldt $2l + 2h = 120$ en $b + h = 50$ — 2
- Uit de tweede vergelijking volgt $h = 50 - b$ — 1
- Dit invullen in de eerste vergelijking geeft $2l + 2(50-b) = 120$ — 1
- Haakjes uitwerken geeft $2l + 100 - 2b = 120$ — 1
- Hieruit volgt $l = b + 10$ — 1
- $I = l\cdot b\cdot h$ geeft $I = (b+10)\cdot b\cdot(50-b)$ (en dit kan herschreven worden tot $I = b\cdot(b+10)\cdot(50-b)$) — 1

of

- Er geldt $2l + 2h = 120$ en $b + h = 50$ — 2
- Uit de tweede vergelijking volgt $h = 50 - b$ — 1
- Uit de eerste vergelijking volgt $l = 60 - h$ — 2
- $h = 50 - b$ invullen geeft $l = 60 - 50 + b$ dus $l = 10 + b$ — 1
- $I = l\cdot b\cdot h$ geeft $I = (10+b)\cdot b\cdot(50-b)$ (en dit kan herschreven worden tot $I = b\cdot(b+10)\cdot(50-b)$) — 1

13 maximumscore 6

- Haakjes uitwerken geeft $I = -b^3 + 40b^2 + 500b$ — 2
- Differentiëren geeft $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}b} = -3b^2 + 80b + 500$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $-3b^2 + 80b + 500 = 0$ opgelost kan worden (voor $b > 0$) — 1
- $b \approx 32$ (of nauwkeuriger) — 1
- Het antwoord ($I \approx$) 24 192 (of 24 193) — 1

Raaklijn aan cirkel

14 maximumscore 3

- $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 21 = 0$ herschrijven tot $(x-5)^2 - 25 + (y-1)^2 - 1 + 21 = 0$ — 1
- $(x-5)^2 - 25 + (y-1)^2 - 1 + 21 = 0$ herschrijven tot $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$ — 1
- Dus de straal van c is $\sqrt{5}$ — 1

15 **maximumscore 8**

- De lijn l (gaat door $A(0, -4)$ dus) heeft een vergelijking van de vorm $y = ax - 4$ — 1
- Voor de x-coördinaat van een gemeenschappelijk punt van l en c geldt dus $x^2 + (ax-4)^2 - 10x - 2(ax-4) + 21 = 0$ — 1
- Dit uitwerken tot $(1+a^2)x^2 + (-10-10a)x + 45 = 0$ — 2
- (l en c hebben één gemeenschappelijk punt, dus deze vergelijking heeft één oplossing voor x en hieruit volgt dat) voor de discriminant D van deze vergelijking geldt: $D = 0$ — 1
- $D = (-10-10a)^2 - 4 \cdot (1+a^2) \cdot 45$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $(-10-10a)^2 - 4 \cdot (1+a^2) \cdot 45 = 0$ op algebraïsche wijze opgelost kan worden — 1
- De grootste oplossing is $a = 2$ (dus een vergelijking van l is $y = 2x - 4$) — 1

of

- De lijn l (gaat door $A(0, -4)$ dus) heeft een vergelijking van de vorm $y = ax - 4$ met $a = rc_l$ — 1
- De gegeven vergelijking van c is te herschrijven tot $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$, dus de coördinaten van M zijn $(5, 1)$ en $BM = \sqrt{5}$ ($\approx 2,236$ (of nauwkeuriger)) — 1
- $AM = \sqrt{(0-5)^2 + (-4-1)^2}$ dus $AM = \sqrt{50}$ ($\approx 7,071$ (of nauwkeuriger)) — 1
- (Omdat l raakt aan c geldt) $\angle ABM = 90°$ dus $\sin(\angle BAM) = \frac{BM}{AM} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{50}}$ (of $\frac{2,236}{7,071}$) ($\approx 0,316$ (of nauwkeuriger)) — 1
- Hieruit volgt $\angle BAM \approx 18,4°$ (of nauwkeuriger) — 1
- (De richtingscoëfficiënt van de lijn AM is $\frac{1 - -4}{5 - 0} = 1$ dus) de hoek tussen de lijn AM en de x-as is $45°$ — 1
- De hoek tussen l en de x-as is dus (ongeveer) $45° + 18,4° = 63,4°$ (of nauwkeuriger) — 1
- Dit geeft $rc_l \approx \tan(63,4°)$ (of nauwkeuriger) dus $rc_l \approx 2,00$ (of $rc_l = 2$) (dus een vergelijking van l is $y = 2,00x - 4$ (of $y = 2x - 4$)) — 1

of

- De lijn l (gaat door $A(0, -4)$ dus) heeft een vergelijking van de vorm $y = ax - 4$ met $a = rc_l$ — 1
- De gegeven vergelijking van c is te herschrijven tot $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$, dus de coördinaten van M zijn $(5, 1)$ en $BM = \sqrt{5}$ — 1
- $AM = \sqrt{(0-5)^2 + (-4-1)^2}$ dus $AM = \sqrt{50}$ — 1
- (Omdat l raakt aan c geldt) $\angle ABM = 90°$ dus Pythagoras in driehoek ABM geeft $AB = \sqrt{50-5} = \sqrt{45}$ en hieruit volgt dat B een snijpunt is van de cirkel c en de cirkel (met middelpunt A en straal $\sqrt{45}$ en dus) met vergelijking $(x-0)^2 + (y--4)^2 = 45$ — 1
- Beschrijven hoe x en y op algebraïsche wijze uit deze vergelijking en de gegeven vergelijking van c opgelost kunnen worden — 2
- De oplossing die behoort bij de grootste richtingscoëfficiënt van l is $x = 3$ en $y = 2$ (dus de coördinaten van B zijn $(3, 2)$) — 1
- Dit geeft $rc_l = \frac{2--4}{3-0} = 2$ (dus een vergelijking van l is $y = 2x - 4$) — 1

Opmerking
Ook bij de oplossing die hierboven beschreven is, mogen op algebraïsche wijze verkregen tussenantwoorden zijn afgerond zo dat hieruit het eindantwoord in de gevraagde nauwkeurigheid afgeleid kan worden en mag het eindantwoord dan ook in de vorm $y = 2{,}00x - 4$ gegeven zijn.

Wortel met raaklijn

16 maximumscore 3

- $f'(x) = \dfrac{2}{2\sqrt{2x+6}}$ (of een vergelijkbare vorm) 2
- Dit geeft $f'(1\frac{1}{2}) = \frac{1}{3}$ (dus de helling van de grafiek van *f* in punt *A* is $\frac{1}{3}$) 1

Opmerking
Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.

17 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $\frac{1}{3}$, dus de raaklijn heeft een vergelijking van de vorm $y = \frac{1}{3}x + b$ 1
- Invullen van de coördinaten van $A(1\frac{1}{2}, 0)$ in $y = \frac{1}{3}x + b$ geeft $b = -\frac{1}{2}$ 1
- (*S* ligt op *BC*, dus) de *x*-coördinaat van *S* is –3 1
- $x = -3$ invullen in $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ geeft $y = -1\frac{1}{2}$, zodat *S* de coördinaten $(-3, -1\frac{1}{2})$ heeft (en dus is *S* het midden van *BC*) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $\frac{1}{3}$ 1
- De raaklijn gaat door $A(1\frac{1}{2}, 0)$ dus een vergelijking van deze lijn is $y - 0 = \frac{1}{3}(x - 1\frac{1}{2})$ 1
- (*S* ligt op *BC*, dus) de *x*-coördinaat van *S* is –3 1
- $x = -3$ invullen in $y - 0 = \frac{1}{3}(x - 1\frac{1}{2})$ geeft $y = -1\frac{1}{2}$, zodat *S* de coördinaten $(-3, -1\frac{1}{2})$ heeft (en dus is *S* het midden van *BC*) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $\frac{1}{3}$ 1
- $AB = 4\frac{1}{2}$ 1
- Dus $BS = \frac{1}{3} \cdot AB = 1\frac{1}{2}$ 1
- Samen met $BC = 3$ geeft dit $CS = 3 - 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} = BS$ (en dus is *S* het midden van *BC*) 1